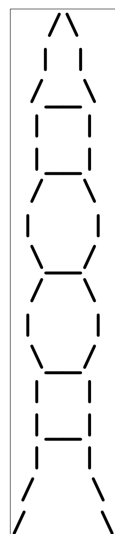
Herstellung von Spielzeugraketen

Eine Firma, die Spielzeuge herstellt, möchte auf einer Website einen Konfigurator für Spielzeugraketen anbieten, mit dem man Raketen individuell gestalten kann. Diese werden anschließend in der Fabrik automatisch gefertigt und ausgeliefert.
Für die Konfiguration einer Rakete stehen die folgenden Elemente zur Verfügung:

<table>
<tr><th>Nummer</th><th>Spitzen (S)</th><th>Rumpfteile (R)</th><th>Triebwerke (T)</th></tr>
<tr><td>1</td><td><pre>
 /\
/__\
</pre></td><td><pre>
 __
| |
|__|
</pre></td><td><pre>
  __
 | |
/____\
</pre></td></tr>
<tr><td>2</td><td><pre>
 /\
 ||
/__\
</pre></td><td><pre>
 __
/ \
| |
__/
</pre></td><td><pre>
 __
/ \
|____|
</pre></td></tr>
<tr><td>3</td><td><pre>
 /\
 \/
 /\
/__\
</pre></td><td><pre>
  __
 | |
/   \
\   /
 |__|
</pre></td><td><pre>
  __
 / \
/   \
____/
</pre></td></tr>
<tr><td>4</td><td><pre>
  /\
 / \
| |
 \ /
 /__\
</pre></td><td><pre>
  __
 / \
/   \
\   /
 __/
</pre></td><td><pre>
  __
 | |
 / \
/____\
</pre></td></tr>
</table>

Der Konfigurator ist so programmiert, dass die folgenden Regeln für den Zusammenbau einer Rakete eingehalten werden:

1. Nacheinander können Raketenteile aus der Tabelle ausgewählt werden.
2. Zuerst muss genau eine Spitze gewählt werden („*S*“, gefolgt von der Nummer).
3. Anschließend müssen ein oder mehrere Rumpfteile gewählt werden (jeweils „*R*“, gefolgt von der Nummer).
4. Sofern mehr als ein Rumpfteil verwendet wird, muss der Rumpf der Rakete symmetrisch aufgebaut sein. Das heißt, das erste Rumpfteil muss das gleiche wie das letzte sein, das zweite muss dem vorletzten entsprechen usw. Es kann ein einzelnes Rumpfteil in der Mitte der Rakete geben.
5. Zuletzt muss genau ein Triebwerk gewählt werden („*T*“, gefolgt von der Nummer).



Beispiel:
Die Kombination *S2R1R2R2R1T4* ergibt die rechts abgebildete Rakete. Die Verbindungsstücke „__“ werden beim Bau der Rakete zusammengefügt und werden nicht doppelt dargestellt.

Die Sprache R_a besteht aus allen Wörtern, zu denen sich die Bezeichnungen der Raketenteile unter Beachtung der obigen Regeln zusammenfügen lassen.

Aufgaben

1.1 Geben Sie ein Wort der Sprache R_a an, durch das eine Rakete mit sechs Rumpfteilen beschrieben wird, und ein weiteres, durch das eine Rakete mit sieben Rumpfteilen beschrieben wird. In beiden Raketen müssen jeweils mindestens zwei verschiedene Rumpfteile verwendet werden.

(1 BE)

1.2 Entwerfen Sie eine Grammatik für die Sprache R_a.

(3 BE)

1.3 Zeichnen Sie Syntaxdiagramme für die Sprache R_a.

(3 BE)

2 Die Sprache R_b besteht aus allen möglichen Kombinationen der zulässigen Elemente für Raketen mit einer Spitze am Anfang, einem Antrieb am Ende und dazwischen genau sechs Rumpfteilen in beliebiger Reihenfolge. Formulieren Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache R_b.

(2 BE)

3 Um die Auswahlmöglichkeiten zu erweitern, sollen neue Spitzen für die Raketen entworfen werden. Hierfür werden neue Spitzen aus den Zeichen /, \, | und _ generiert. Die Zeichen, die von oben nach unten eine Spitze modellieren, werden zu einer Zeichenkette zusammengefügt, indem man sie der Lesereihenfolge nach in einer Zeile hintereinander schreibt. Da alle Spitzen wie schon die Spitzen S1 bis S4 symmetrisch um ihre vertikale Mittelachse aufgebaut sind, wird jeweils nur die linke Hälfte modelliert. Für die Modellierung der neuen Spitzen gelten darüber hinaus die folgenden drei Regeln:

1. Die Eingaben beginnen mit einem / und enden mit einem _. Dazwischen darf kein _ vorkommen.
2. Die Breite der Spitze bzw. der Abstand von der Symmetrieachse ergibt sich daraus, dass / die Spitze um eine Einheit breiter macht, während \ die Breite um eine Einheit reduziert. Zum Übergang auf den Rumpf muss die halbe Spitze eine Breite von 2 haben. Selbstverständlich darf die Breite der Spitze niemals 0 sein.
3. Die benötigten Leerzeichen und Zeilenumbrüche werden ignoriert (diese werden am Ende automatisch ergänzt).

Beispiel: Für S4 ergibt sich die Zeichenfolge: / / | \ / -.

3.1 Betrachtet man die in der Mitte geteilten Spitzen S1 bis S4, so haben diese alle eine maximale Breite von zwei /, sie sind also an jeder Stelle höchstens so weit von der Symmetrieachse entfernt, wie es zwei / Elemente vorgeben.
Entwickeln Sie das Zustandsdiagramm eines endlichen Automaten, der die linke Seite der Spitzen mit einer maximalen Breite von zwei / erkennt.

(2 BE)

3.2 Entscheiden Sie, ob ein endlicher Automat in der Lage ist, geteilte Spitzen mit beliebiger Breite zu erkennen.

(2 BE)

4 In einem weiteren Schritt sollen neue Rumpfteile in der obigen Weise entworfen werden. Es gelten die Voraussetzungen aus dem Einleitungstext der Aufgabe 3. Zudem gelten nun die folgenden Regeln:

1. Die Eingaben beginnen mit einem _ und enden mit einem _. Dazwischen darf kein _ vorkommen und es muss mindestens ein | vorkommen oder ein / gefolgt von einem \.
2. Der Rumpf darf nie schmaler als an den Verbindungsstücken (_) werden.
3. Die Verbindungsstücke am Anfang und am Ende müssen immer gleich groß sein. Daher müssen immer gleich viele / und \ in einem Rumpfteil verwendet werden.
4. Die benötigten Leerzeichen und Zeilenumbrüche werden ignoriert (diese werden am Ende automatisch ergänzt).

Dadurch ergeben sich die rechts dargestellten Zeichenketten für die Bauteile R1 bis R4.
Die Wörter der Sprache R_u bestehen aus allen zulässigen Zeichen-Kombinationen für Rumpfteile, die entsprechend der obigen Regeln gebildet werden können.

<table>
<tr><th>Nr.</th><th>R</th></tr>
<tr><td>1</td><td>_||_</td></tr>
<tr><td>2</td><td>_/|_</td></tr>
<tr><td>3</td><td>_|/\|_</td></tr>
<tr><td>4</td><td>_//_</td></tr>
</table>

4.1 Zeichnen Sie das Rumpfteil, das durch die folgende Zeichenkette entsteht: _|//\/|_
Fügen Sie dabei sinnvoll Leerzeichen und die entsprechenden Zeilenumbrüche ein.

(1 BE)

4.2 Zeigen Sie unter Bezugnahme auf die Regeln 1, 2 und 3, dass die Syntaxdiagramme im Material die Sprache R_u beschreiben.

(3 BE)

4.3 Entwerfen Sie eine Grammatik für die Sprache R_u.
Hinweis: Verwenden Sie bei den Produktionen zur Abgrenzung der Alternativen das Symbol ∨ anstelle des sonst üblichen Symbols |.

(2 BE)

4.4 Geben Sie eine Ableitung an oder zeichnen Sie einen Ableitungsbaum für die Zeichenkette _|//\/|_.

(2 BE)

4.5 Ordnen Sie die Sprache R_u begründet in die Chomsky-Hierarchie ein.

(2 BE)

5 Die Sprache $R_{u'}$ umfasst alle Wörter der Sprache R_u ohne das erste und letzte Zeichen _. Wörter der Sprache $R_{u'}$ sollen mit Hilfe einer Registermaschine auf Korrektheit geprüft werden. Dazu wird die folgende Kodierung verwendet:

1 entspricht dem Symbol |

2 entspricht dem Symbol /

3 entspricht dem Symbol \

Die Zeichenkette |//\/|\\ wird beispielsweise als 12232133 dargestellt. Die Eingabe soll ziffernweise ab dem Register R10 stehen und endet mit einer 0.

Implementieren Sie ein kommentiertes Registermaschinenprogramm, das als Ergebnis eine 0 in den Akkumulator schreibt, falls die Eingabe ein korrektes Wort aus $R_{u'}$ kodiert. Falls die Eingabe keinem Wort aus $R_{u'}$ entspricht, soll eine 1 in den Akkumulator geschrieben werden.

(7 BE)

Material

Syntaxdiagramme zur Sprache R_u

